

数学 問題・解答用紙 <No. 1>

1 次の をうめよ。

(1) (ア) 方程式 $(2x+1)^2 = 2(x+2)(x+1)$ の解は

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \text{ である。}$$

(イ) 連立方程式

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + y = 2 \\ 3x + \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \text{ の解は } x = \text{ } , y = \text{ } \text{ である。}$$

(2) $\frac{3\sqrt{7}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。

$$\text{このとき } a = \text{ } , b = \text{ } , 2a^2 + 2ab + b^2 = \text{ }$$

である。

(3) 0 以上 100 以下の整数のうち, 5 で割ると 3 余り, 7 で割ると 1 余る数は 個

あり, その和は である。

(4) 1 等が 2 本, 2 等が 6 本, 3 等が 10 本, はずれが 32 本からなる 50 本のくじがある。

このくじから 3 本同時に引くとき, 1 等と 2 等とはずれを引く確率は である。

2 曲線 $C: y = x^2$ と直線 $l: y = 2x + 3$ があり, x 軸に垂直な直線 m がある。直線 m が直線 l , 曲線 C および x 軸と交わる点をそれぞれ P, Q, R とする。点 Q が線分 PR 上にあり, $PQ:QR = 5:3$ であるとき, 点 P の座標を求めよ。

$$x^2 = 2x + 3 \text{ とすると}$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 3, -1$$

点 R の x 座標を t とすると

題意により $-1 < t < 3$ であり

$P(t, 2t+3), Q(t, t^2), R(t, 0)$ であるから

$$PQ:QR = 2t+3-t^2:t^2 = 5:3$$

$$\therefore 5t^2 = 3(-t^2 + 2t + 3)$$

$$\therefore 8t^2 - 6t - 9 = 0$$

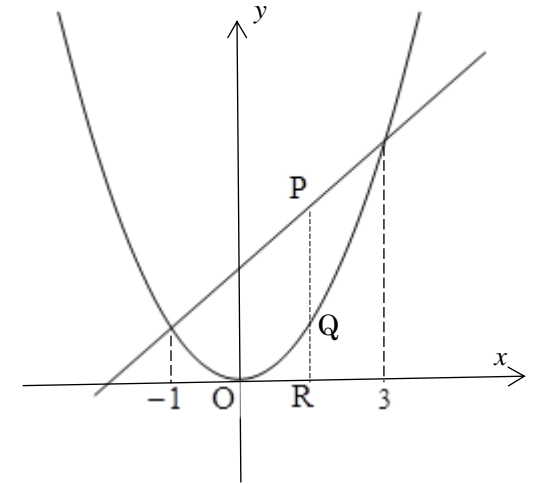
$$\therefore (2t-3)(4t+3) = 0$$

$$t = \frac{3}{2}, -\frac{3}{4}$$

どちらも $-1 < t < 3$ に適している

よって求める点 P の座標は

$$\left(\frac{3}{2}, 6\right) \text{ または } \left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right)$$

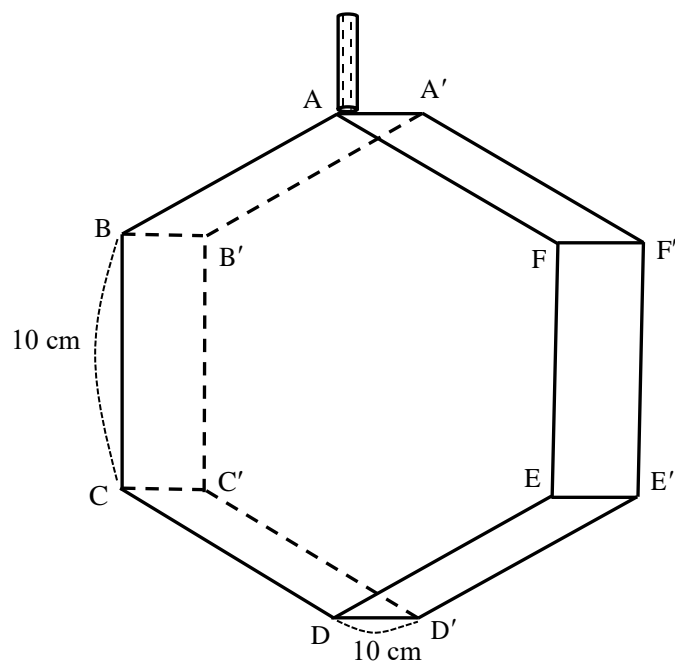


受験
番号

数学 問題・解答用紙 <No. 2>

3 図のようにすべての辺の長さが 10 cm の正六角柱 ABCDEF-A'B'C'D'E'F' の容器があります。この容器を辺 BC が鉛直方向になるように立てて、頂点 A にある給水口から毎分 $50\sqrt{3}$ cm³ の水を入れます。水面と頂点 D の距離を水の深さとし、水を入れ始めてから水の深さが x cm になるまでの時間を y 分とする。

次の各問いに答えよ。(1), (2) は をうめるだけでよい。



(1) 水面が次の位置に達したときの x と y の値を求めよ。

(ア) 面 CEE'C'

$$x = \boxed{5}$$

$$y = \boxed{5}$$

(イ) 面 BFF'B'

$$x = \boxed{15}$$

$$y = \boxed{25}$$

(2)

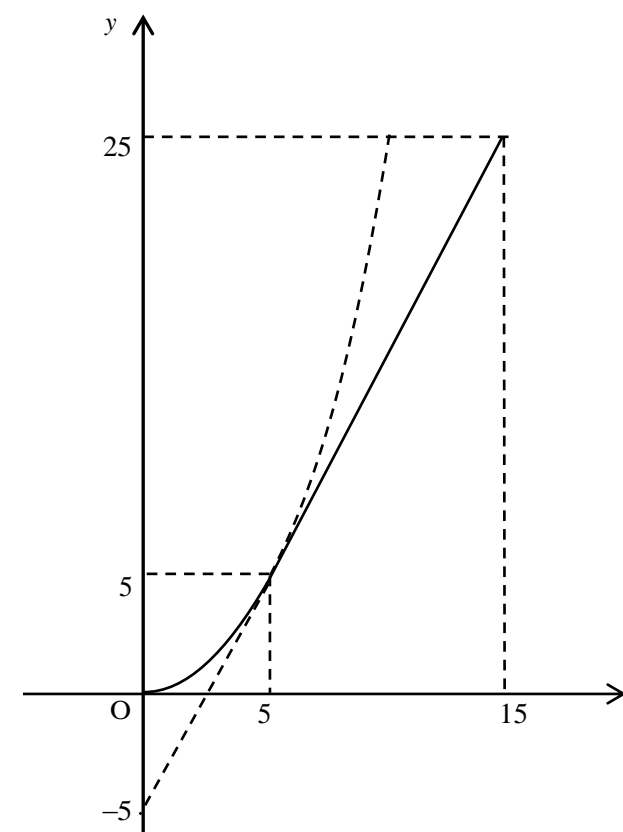
(ア) 水を入れ始めてから水面が面 CEE'C' に達するまで、すなわち

$$0 \leq x \leq \boxed{5} \text{ のとき, } y \text{ を } x \text{ の式で表すと, } y = \boxed{\frac{1}{5}x^2}$$

(イ) 水面が面 CEE'C' に達してから面 BFF'B' に達するまで、すなわち

$$\boxed{5} \leq x \leq \boxed{15} \text{ のとき, } y \text{ を } x \text{ の式で表すと, } y = \boxed{2x-5}$$

(3) (2) の場合について、 x と y の関係を表すグラフをかけ。

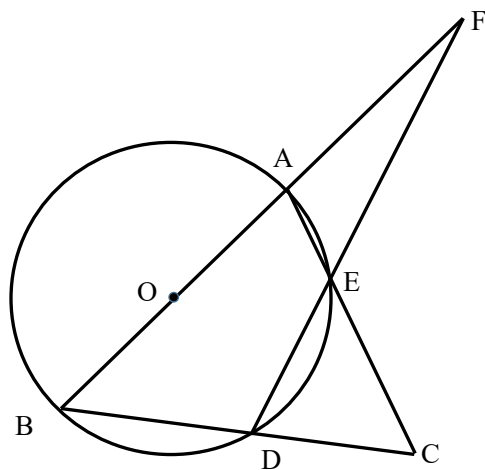


受験 番号	<input style="width: 80px; height: 30px;" type="text"/>
----------	---

数学 問題・解答用紙 <No. 3>

4 図のように $AB=AC$, $60^\circ < \angle BAC < 90^\circ$ である二等辺三角形 ABC がある。線分 AB を直径とする円 O と辺 BC の交点のうち B でない方を D とし、円 O と辺 AC の交点のうち A でない方を E とする。さらに直線 AB と直線 DE の交点を F とする。

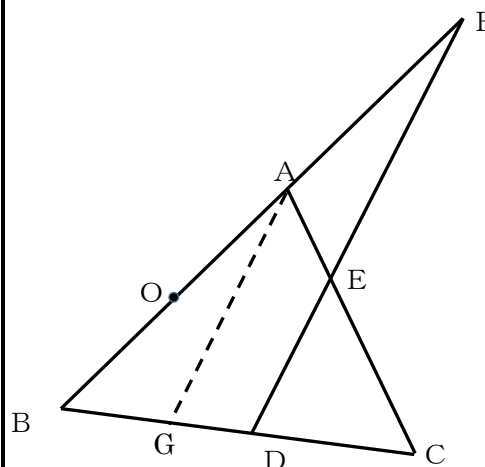
- (1) $BD=DC$ であることを証明せよ。
- (2) $AB=1$ とし、 $BD=x$ とおくと、線分 CE の長さを x で表せ。
- (3) (2) で $AF=1$ のとき、 x の値を求めよ。



(1) $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において
 AD は共通 ……①
 仮定より $AB=AC$ ……②
 円 O の直径に対する円周角は直角なので
 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ……③
 ①, ②, ③より直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので
 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$
 よって $BD=DC$

(2) $\triangle CED \sim \triangle CBA$
 よって $CE : CB = CD : CA$
 つまり $CE \times CA = CD \times CB$
 $CE \times 1 = x \times 2x$
 $CE = 2x^2$

(3) 辺 BC 上に $AG \parallel FD$ となるように点 G をとると、
 $AG \parallel FD$ より
 $BG : GD = BA : AF = 1 : 1$
 $BD : DC = 1 : 1$ より
 $GD : DC = 1 : 2$
 よって $AE : EC = 1 : 2$
 (別解) 点 E は $\triangle FBC$ の重心なので
 $AE : EC = 1 : 2$
 $AC=1$ なので $CE = \frac{2}{3}$



(2) より $2x^2 = \frac{2}{3}$
 $x > 0$ より
 $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

受験
番号

数学 問題・解答用紙 <No. 4>

5 形と大きさが同じである2枚の長方形の板を使って図1の図形を作りました。2つの長方形は互いに垂直に交わり、辺CDの中点は長方形EFGHの対角線の交点Jと重なっていて、辺EHの中点は長方形ABCDの対角線の交点Iと重なっています。

$AB=EH=2$, $AD=HG=a$ とします。

このとき8つの点A, B, C, D, E, F, G, Hを頂点とする多面体T(図2)を考えます。

- (1) 線分AIの長さを a で表せ。
- (2) 多面体Tの面に正三角形ができるとき、 a の値を求めよ。
- (3) $a=2$ のとき、多面体Tの体積を求めよ。

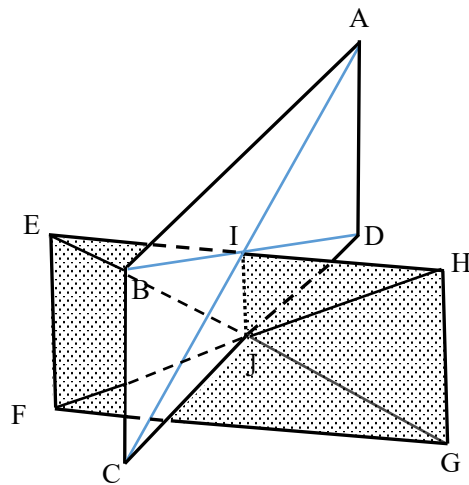


図1

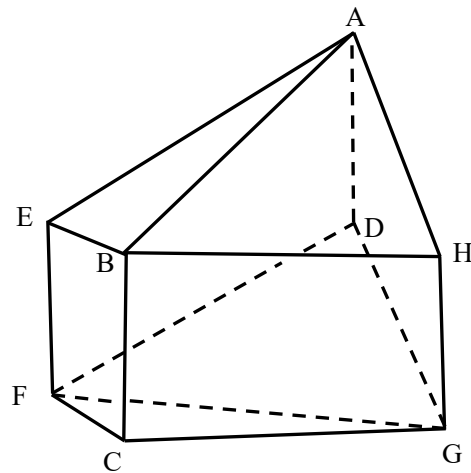
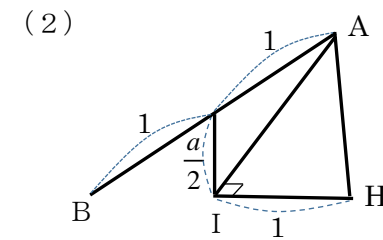


図2

(1) $AI = \sqrt{1 + \frac{a^2}{4}}$



$\triangle AIH$ において三平方の定理より

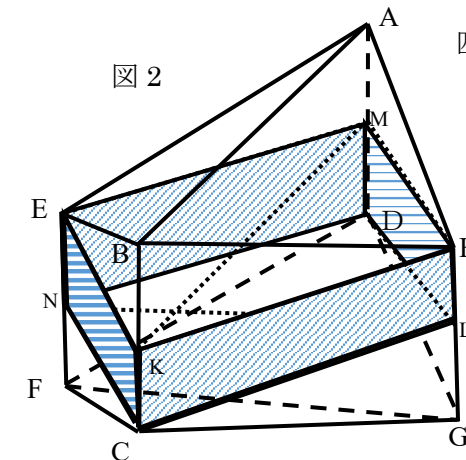
$$AH^2 = AI^2 + IH^2 = 1^2 + \frac{a^2}{4} + 1^2 = 2 + \frac{a^2}{4}$$

また $AH^2 = 2^2$
 $\triangle ABH$ が正三角形となるのは

$$4 = 2 + \frac{a^2}{4} \quad a^2 = 8$$

$$a > 0 \text{ より } a = 2\sqrt{2}$$

- (3) BC, HG, AD, EF の中点をそれぞれ K, L, M, N とおく。



四角柱 EKHM-NCLD の体積 = $(\sqrt{2})^2 \times 1 = 2$

四角すい H-ABKM = $\frac{1}{3} \times 2 \times 1 = \frac{2}{3}$

四角すい E-BKMA = 四角すい C-GLNF
 = 四角すい D-GLNF = $\frac{2}{3}$

求める体積 = $2 + \frac{2}{3} \times 4 = \frac{14}{3}$

(別解) 4つの線分 AD, EF, BC, HG を共有し、立体Tを囲む直方体を考える。
 立体Tの体積 = (直方体の体積) - (三角錐の体積) × 4

$$= \frac{2 \times 2}{2} \times 3 - \frac{1}{3} \times 4 = \frac{14}{3}$$

合計 点数	
----------	--

受験 番号	
----------	--