数学　問題・解答用紙　＜No.1＞

1　(40 点)

次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1)　$(2x+y-1)(2x+y-4)+2$ を因数分解すると,

$\boxed{(2x+y-2)(2x+y-3)}$ である。

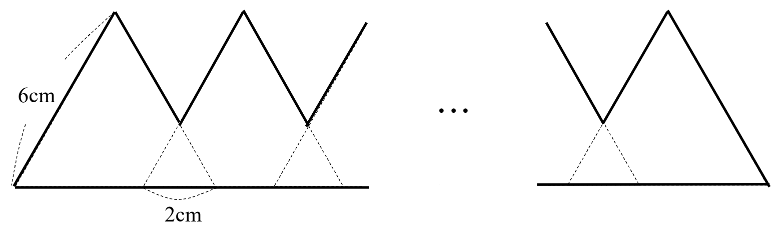
(2)　a は定数とする。連立方程式 $\begin{cases} 15x-6y=10 \\ 3x+4y=a \end{cases}$ の解 x, y が $x:y=2:3$

を満たすとき, $a=\boxed{15}$, $x^2-2xy+y^2=\boxed{\dfrac{25}{36}}$ である。

(3)　原価 x 円のある商品に原価の 30 % の利益を見込んで定価をつけたが, 売れなかったので定価の 10 % 引きにした。しかし, まだ売れなかったのでさらに 200 円引きにしたところ, ようやく売れた。このときの売り値を x を用いて表すと $\boxed{\dfrac{117}{100}x-200}$ 円

である。また, 最終的に利益が 310 円であったとき, $x=\boxed{3000}$ である。

(4)　図は 1 辺の長さが 6 cm の正三角形 20 個を隣り合う正三角形の辺が 2 cm ずつ重なるように並べて作った図形である。この図形の外周の長さは $\boxed{246}$ cm である。

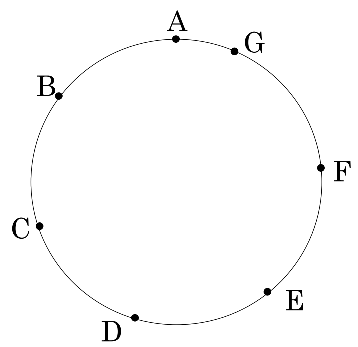


(5)　図のように円周上に弧 AB, 弧 BC, 弧 CD, 弧 DE, 弧 EF, 弧 FG の長さが等しくなるように点 A, B, C, D, E, F, G をとる。弦 AC と弦 BD の交点を H として, ∠ACB と ∠ACG の大きさをそれぞれ a°, b° とする。

∠BDE の大きさを a, b を用いて表すと $\boxed{(3a+b)^\circ}$ である。

$\boxed{\text{別解}}$　$(180-3a)^\circ$　など

∠AHB : ∠BDE = 3 : 5 のとき, $a:b=\boxed{3}:\boxed{1}$ である。



受験番号		小計	

数学　問題・解答用紙　＜No.2＞

2 （15 点）

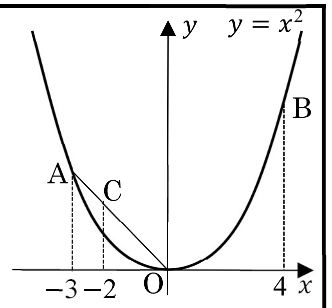
　O を原点とする座標平面上に関数 $y=x^2\cdots$① のグラフがある。①のグラフ上に 2 点 A, B があり，それぞれの x 座標は -3, 4 である。また，点 C は線分 OA 上にあり，OC : CA = 2 : 1 を満たす。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　点 C の座標を求めよ。

(2)　直線 BC の式を求めよ。

(3)　点 D を，①のグラフ上にとる。四角形 OCDB の面積が三角形 OAB の面積と等しくなるとき，点 D の x 座標を求めよ。

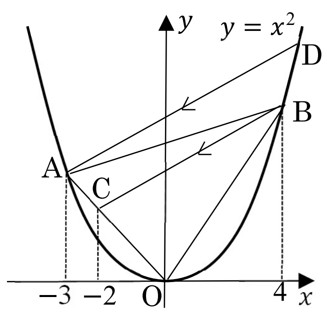
(1) OC : CA = 2 : 1 より点 C の　x 座標は -2 である。
直線 OA の傾きは $\frac{9}{-3}=-3$ であるため直線 OA の式は
$y=-3x$ である。点 C は直線 OA 上であるから，
C$(-2,\ 6)$ である。



(2)　B$(4,\ 16)$，C$(-2,\ 6)$ である。直線 BC の傾きは $\frac{16-6}{4-(-2)}=\frac{5}{3}$ である。直線 BC の式を

$y=\frac{5}{3}x+b$ とおくとこれは点 C を通るので，$b=\frac{28}{3}$　となる。よって直線 BC の式は
$y=\frac{5}{3}x+\frac{28}{3}$

(3)　図より，点 D は点 A を通り直線 BC と平行な直線と①のグラフとの交点で点 A とは異なるものである。直線 AD の式を $y=\frac{5}{3}x+c$ とおくとこれは点 A$(-3,\ 9)$を通るので，$c=14$ となり，直線 AD の式は $y=\frac{5}{3}x+14$ である。
点 D　は①のグラフ上と直線 AD 上にある。
よって点 D の x 座標を p とおくと，点 D の y 座標について等式 $p^2=\frac{5}{3}p+14$ が成り立つ。
これを解いて $p=\frac{14}{3},\ -3$ である。
点 D は点 A とは異なるので，点 D の x 座標は $\frac{14}{3}$である。



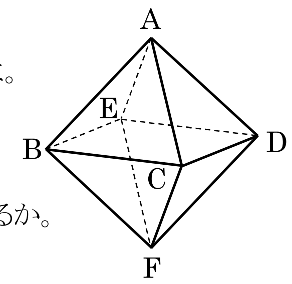
3 （15 点）

　図のような正八面体 ABCDEF について，次の問いに答えよ。

(1)　4 つの頂点を結んでできる正方形は全部で何個できるか。
答えのみでよい。

(2)　3 つの頂点を結んでできる直角三角形は全部で何個できるか。

(3)　ねじれの位置にある 2 本の辺の組は全部で何組あるか。



(1) 3 個

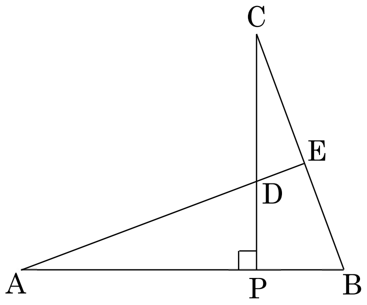
(2) 3 つの頂点を結んでできる直角三角形の斜辺は(1)の正方形の対角線しかなりえない。(1)の正方形 1 つに対して直角三角形は 4 つできるため，
$3\times 4=12$(個)

(3)　辺 AB とねじれの位置にある辺は EF, CF, CD, ED の 4 本である。
辺 AB 以外の辺に対してもその辺とねじれの位置にある辺は同様に 4 本である。
正八面体の辺は全部で 12 本あるので，$12\times 4=48$(組)と計算すると各組を 2 回ずつ重複して数えている。したがって，$48\div 2=24$(組)

受験番号		小計	

数学　問題・解答用紙　＜No.3＞

4　(15 点)



長さが 2 の線分 AB がある。点 P は線分 AB 上にあり，AP > PB > 0 を満たす。点 P を通り線分 AB と垂直な直線上に AP = PC，BP = PD となるような点 C，D を線分 AB に対して同じ側にとる。また，直線 AD と直線 BC の交点を E とする。このとき，次の問いに答えよ。

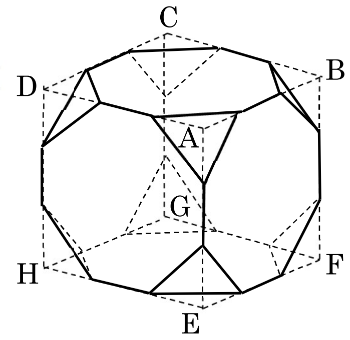
(1)　∠DAP = ∠BCP を証明せよ。

(2)　点 E が線分 AB を直径とする円の周上にあることを証明せよ。

(1) △DAP と△BCP において，
仮定より，AP = CP，PD = PB
直線 AB と直線 CP は垂直なので，∠APD = ∠CPB = 90°
2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△DAP ≡ △BCP
合同な図形の対応する角は等しいので，∠DAP = ∠BCP

(2) △AEB と△CPB において，
(1)より，∠DAP = ∠BCP つまり∠EAB = ∠PCB　…①
共通な角より，∠ABE = ∠CBP　…②
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので△AEB ∽ △CPB
相似な図形の対応する角は等しいので∠AEB = ∠CPB = 90°
∠AEB は直角なので，点 E は線分 AB を直径とする円の周上にある。

5　(15 点)



図のように，1 辺の長さが 3 の立方体 ABCD-EFGH の各辺を 3 等分した点を通る面で角を切り落としてできる立体を X とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　X の体積を求めよ。

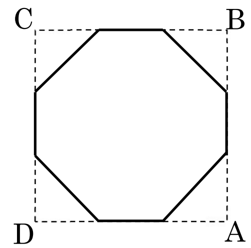
(2)　X の表面積を求めよ。

(3)　X のすべての頂点を通る球の半径を求めよ。

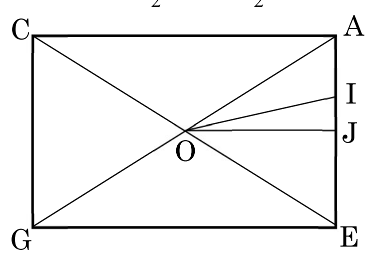
(1) $3^3 - 8\times\left(1^2\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{3}\right) = \frac{77}{3}$

(2) 1 辺の長さが $\sqrt{2}$ の正三角形 8 個と，図のような八角形 6 個の面積の和を求めればよい。

$$8\times\left(\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}\times\frac{1}{2}\right)+6\times\left(9-4\times\frac{1}{2}\right)=4\sqrt{3}+42$$



(3)　球の中心 O は直線 AG と直線 CE の交点であり，AC = EG = $3\sqrt{2}$
辺 AE を 3 等分する点のうちの 1 つを点 I とすると，線分 OI の長さが求めたい球の半径である。点 O から直線 AE に垂線 OJ を引くと，OJ = $\frac{3\sqrt{2}}{2}$，IJ = $\frac{1}{2}$



△IOJ に対して三平方の定理より，OI = $\frac{\sqrt{19}}{2}$

よって球の半径は $\frac{\sqrt{19}}{2}$ である。

受験番号		小計		合計	