数学　問題・解答用紙　＜No.1＞

$\boxed{1}$ （30 点）

次の $\boxed{}$ をうめよ。

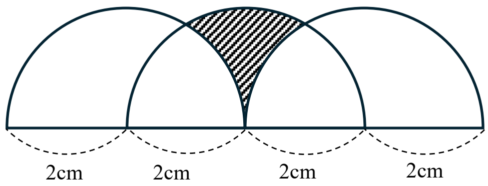
(1) $-(3a^3b)^2 \div \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}a^2b\right)^4 \times \left(-\sqrt{6}ab^3\right)^3$ を計算すると，$\boxed{\frac{8\sqrt{6}}{3}ab^7}$ である。

(2)　濃度が 5%の食塩水が x グラムと，濃度が 11%の食塩水が y グラムある。これらを混ぜると，濃度が 9%の食塩水が 1500 グラムできた。

このとき，$x = \boxed{500}$ ，$y = \boxed{1000}$ である。

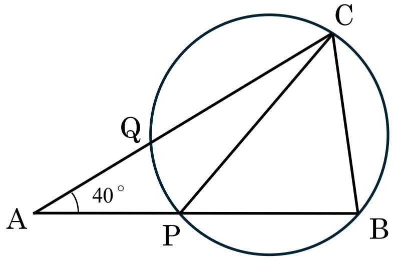
(3) 下の図は，長さが 8cm の線分を 4 等分する 3 点をとり，それらの点を中心とする半径が 2cm の半円を 3 個かき並べた図形である。円周率を π とするとき，斜線部分の周の

長さは $\boxed{2\pi}$ cm，面積は $\boxed{2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi}$ cm^2 である。



(4) 図のように $\angle A = 40°$ の三角形 ABC があり，辺 AB 上の点 P と，辺 AC 上の点 Q は PB = BC = CQ をみたしている。4 点 B,C,P,Q が同一円周上にあるとき，∠PCQ の

大きさは $\boxed{15}$ ° である。



受験番号		小計	

数学　問題・解答用紙　<No.2>

$\boxed{2}$ （16 点）

大小 2 個のさいころを投げて，出た目の和を a とする。一方，1 から 6 の数字が 1 つずつ書かれたカードが 1 枚ずつ，合計 6 枚あり，この 6 枚のカードから同時に 2 枚取り出して書かれた数字の和を b とする。

次の問いに答えよ。

(1) $a = 4$ となる確率と，a が 4 の倍数となる確率をそれぞれ求めよ。

(2) $b = 4$ となる確率と，b が 4 の倍数となる確率をそれぞれ求めよ。

(1) 大小 2 個のさいころの目の出方は全部で 36 通り。

$a = 4$ となる目の出方は $(大, 小) = (1,3), (2,2), (3,1)$ の 3 通り。

よって，$a = 4$ となる確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

$a = 8$ となる目の出方は $(大, 小) = (6,2), (5,3), (4,4), (3,5), (2,6)$ の 5 通り。

$a = 12$ となる目の出方は $(大, 小) = (6,6)$ の 1 通り。

よって，a が 4 の倍数となる確率は $\frac{3+5+1}{36} = \frac{1}{4}$

(2) 2 枚のカードの取り出し方は全部で 15 通り。

$b = 4$ となる 2 枚のカードの取り出し方は「1 と 3」の 1 通り。

よって，$b = 4$ となる確率は $\frac{1}{15}$

$b = 8$ となる 2 枚のカードの取り出し方は「2 と 6」，「3 と 5」の 2 通り。

よって，b が 4 の倍数となる確率は $\frac{1+2}{15} = \frac{1}{5}$

$\boxed{3}$ (18 点)

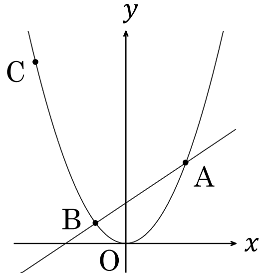
放物線 $y = ax^2\ (a > 0)$上に 3 点 A, B, C がある。3 点 A, B, C のx座標はそれぞれ 6, -3, -9 であり, 直線 AB の式は $y = bx + 4$ である。

次の問いに答えよ。(1) は答えのみでよい。

(1) a, b の値と, 3 点 A, B, C の座標をそれぞれ求めよ。

(2) 三角形 ABC の面積を求めよ。

(3) △PAB の面積が△ABC の面積の半分となるようなx軸上の点 P は 2 つある。このうち, x座標が小さい方の点の座標を求めよ。

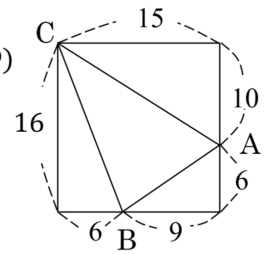


(1) $a = \frac{2}{9}$, $b = \frac{2}{3}$, A$(6, 8)$, B$(-3, 2)$, C$(-9, 18)$

(2) 右図より, 長方形から 3 つの直角三角形を引いて

$$\triangle \mathrm{ABC} = 15 \times 16 - \left(\frac{1}{2} \times 16 \times 6 + \frac{1}{2} \times 10 \times 15 + \frac{1}{2} \times 6 \times 9\right)$$

$$= 90$$



(3) 線分 AC の中点を D とすると, D$(-\frac{3}{2}, 13)$である。また, D を A に関して対称移動した点を D' とすると, △DAB や△D'AB の面積は△ABC の面積の半分である。そこで, D または D' を通り直線 AB と平行な直線がx軸と交わる点をそれぞれ Q, Q' とすると, 条件を満たす点 P は, x座標が小さい Q の方である。

直線 AB の傾きは $\frac{2}{3}$ であるので, 直線 PD の式は $y = \frac{2}{3}x + c$ とおける。

点 D を通るので $13 = \frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) + c$ これを解いて $c = 14$

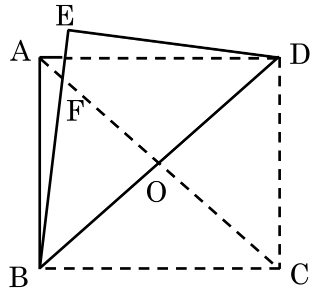
よって, 直線 PD の式は $y = \frac{2}{3}x + 14$ となり, Q のx座標はy に 0 を代入して

$x = -21$ したがって, 求める座標は$(-21, 0)$

受験番号		小計	

数学 問題・解答用紙 ＜No.3＞

4 （18 点）



右の図は，対角線の長さが 20 の長方形 ABCD を対角線 BD で折り返したものである。長方形 ABCD の対角線の交点を O とする。また，線分 BE と線分 AC の交点を F とすると，FB = 12 である。

次の問いに答えよ。

(1) △FOB∽△FBC であることを証明せよ。

(2) △FOB の面積を求めよ。

(1) △FOB と△FBC において

∠BFO=∠CFB（共通） … ①

折り返した角は等しいので，∠FBO=∠OBC … ②

長方形 ABCD の対角線は長さが等しく，それぞれの中点で交わるため，△OBC は OB = OC の二等辺三角形となる。底角が等しいので，∠OBC=∠OCB … ③

②，③より　∠FBO=∠OCB

すなわち　∠FBO=∠FCB … ④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△FOB∽△FBC … ⑤

(2) $\mathrm{OF} = x$ とおく

⑤より　$\mathrm{OF}:\mathrm{BF} = \mathrm{BF}:\mathrm{CF}$　だから　$x:12 = 12:(10+x)$

整理して $x^2 + 10x - 144 = 0$ となり $(x-8)(x+18) = 0$

$x > 0$ より $x = 8$

よって $\mathrm{OF} = 8,\ \mathrm{AF} = 10 - 8 = 2$ である。

⑤より　$\mathrm{OB}:\mathrm{BC} = \mathrm{OF}:\mathrm{BF}$　だから　$10:\mathrm{BC} = 8:12$

よって $\mathrm{BC} = 15$

直角三角形 ABC で三平方の定理から，$\mathrm{AB} = \sqrt{\mathrm{AC}^2 - \mathrm{BC}^2} = \sqrt{20^2 - 15^2} = 5\sqrt{7}$

△FOB の面積は△ABC の面積の $\frac{\mathrm{FO}}{\mathrm{AC}}$ 倍だから，

$\triangle\mathrm{FOB} = \frac{1}{2} \times \mathrm{BC} \times \mathrm{AB} \times \frac{\mathrm{FO}}{\mathrm{AC}} = \frac{1}{2} \times 15 \times 5\sqrt{7} \times \frac{8}{20} = 15\sqrt{7}$

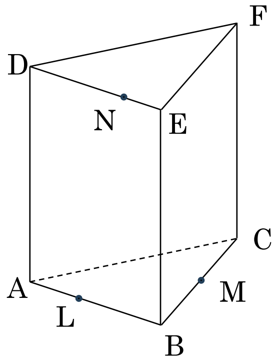
$\boxed{5}$ (18 点)

底面が, 一辺の長さが 6 の正三角形で, 高さが 8 の三角柱 ABC-DEF がある。辺 AB を 1:2 に分ける点を L, 辺 BC の中点を M, 辺 DE を 2:1 に分ける点を N とする。

次の問いに答えよ。

(1) 3 点 L, M, N を通る平面と辺 EF の交点を P とする。線分 EP の長さを求めよ。

(2) 3 点 L, M, N を通る平面と, 3 点 A, C, E を通る平面で三角柱 ABC-DEF を切断する。点 B を含む立体の体積を求めよ。

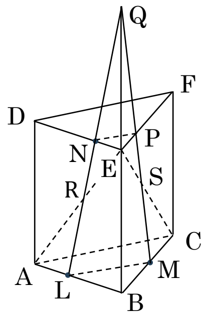


(1) 条件より $\mathrm{BM}=3$, $\mathrm{NE}=\frac{1}{3}\mathrm{DE}=2$, $\mathrm{LB}=\frac{2}{3}\mathrm{AB}=4$ である。

面 ABC と面 DEF は平行だから $\mathrm{NP}/\!/\mathrm{LM}$ であり, $\triangle\mathrm{ENP}\backsim\triangle\mathrm{BLM}$ となる。
その相似比は $\mathrm{NE}:\mathrm{LB}=1:2$ であるから, $\mathrm{EP}:\mathrm{BM}=1:2$

よって $\mathrm{EP}=\frac{1}{2}\mathrm{BM}=\frac{3}{2}$

(2) LN, BE, MP をそれぞれ延長し, それらの交点を Q とする。



$\triangle\mathrm{QEN}\backsim\triangle\mathrm{QBL}$ より $\mathrm{QE}:\mathrm{QB}=\mathrm{NE}:\mathrm{LB}=1:2$
よって, $\mathrm{QE}:(\mathrm{QE}+8)=2:4$ これを解いて $\mathrm{QE}=8$
$\triangle\mathrm{ABC}$ は 1 辺の長さが 6 の正三角形なので, 面積は $9\sqrt{3}$
$\triangle\mathrm{LBM}$ の面積は $\triangle\mathrm{ABC}$ の $\frac{\mathrm{BL}}{\mathrm{BA}}\times\frac{\mathrm{BM}}{\mathrm{BC}}=\frac{4}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{3}$ 倍で $3\sqrt{3}$

よって, 三角錐 Q−LBM の体積は $\frac{1}{3}\times3\sqrt{3}\times16=16\sqrt{3}$

LN と AE の交点を R とすると, $\mathrm{DE}/\!/\mathrm{AB}$ なので $\mathrm{RL}:\mathrm{RN}=\mathrm{AL}:\mathrm{NE}=1:1$
PM と EC の交点を S とすると, $\mathrm{EF}/\!/\mathrm{BC}$ なので $\mathrm{SP}:\mathrm{SM}=\mathrm{EP}:\mathrm{MC}=1:2$
よって, 三角錐 Q−RES の体積を V, 三角錐 Q−LBM の体積を V' とすると
体積の比は $\frac{V}{V'}=\frac{\mathrm{QR}}{\mathrm{QL}}\times\frac{\mathrm{QE}}{\mathrm{QB}}\times\frac{\mathrm{QS}}{\mathrm{QM}}=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{4}$

B を含む立体の体積は三角錐 Q−LBM の体積の $\frac{3}{4}$ 倍だから $16\sqrt{3}\times\frac{3}{4}=12\sqrt{3}$

受験番号		小計		合計	